Γ΄ ΤΑΞΗ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ Ο.Π. ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΔΕΚΑΕΞΙ (16)

ΘΕΜΑ Α

Στις ερωτήσεις Α1 – Α5 να γράψετε στο τετράδιο σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Α1. Έκκεντρη ονομάζεται η κρούση στην οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται:
α. είναι κάθετες πριν την κρούση.
β. είναι παράλληλες πριν την κρούση.
γ. σχηματίζουν τυχαία γωνία πριν την κρούση.
δ. είναι πάνω στην ίδια ευθεία πριν την κρούση.

Μονάδες 5

Α2. Μεταξύ δύο οριζόντιων πλακών με εμβαδόν επιφάνειας Α υπάρχει λεπτό στρώμα λιπαντικού πάχους l. Το μέτρο της δύναμης που πρέπει να ασκούμε στην πάνω πλάκα για να κινείται με σταθερή ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ σε σχέση με την ακίνητη κάτω πλάκα είναι ίσο με F. Αν οι δύο πλάκες είχαν επιφάνειες με διπλάσιο εμβαδόν και μεταξύ τους υπήρχε λεπτό στρώμα του ίδιου λιπαντικού, με το ίδιο πάχος, τότε το μέτρο F' της δύναμης που θα έπρεπε να ασκούμε στην πάνω πλάκα για να κινείται με την ίδια σταθερή ταχύτητα σε σχέση με την ακίνητη κάτω πλάκα θα ήταν:

α. $F' = F$ β. $F' = 2F$ γ. $F' = 4F$ δ. $F' = \frac{F}{2}$

Μονάδες 5

Α3. Ένας αρμονικός ταλαντωτής εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με την επίδραση εξωτερικής περιοδικής δύναμης. Η συχνότητα f_1 της εξαναγκασμένης ταλάντωσης είναι μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα του συστήματος. Αν με αφετηρία τη συχνότητα f_1 μειώνουμε συνεχώς τη συχνότητα της εξωτερικής περιοδικής δύναμης μέχρι αυτή να φτάσει σε μια πολύ μικρή τιμή, το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης:
α. θα αυξάνεται συνεχώς.
β. θα μειώνεται συνεχώς.
γ. αρχικά θα αυξάνεται και στη συνέχεια θα μειώνεται.
δ. αρχικά θα μειώνεται και στη συνέχεια θα αυξάνεται.

Μονάδες 5

Α4. Δύο σύγχρονες πηγές κυμάτων Π_1 και Π_2 βρίσκονται στην επιφάνεια ενός υγρού και αρχίζουν τη χρονική στιγμή $t = 0$ να εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση, χωρίς αρχική φάση. Οι δύο πηγές παράγουν πανομοιότυπα εγκάρσια αρμονικά κύματα περιόδου T και μήκους κύματος λ, τα οποία διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού. Αν ένα σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού απέχει από την πηγή Π_1 απόσταση $r_1 = 2\lambda$ και από την πηγή Π_2 απόσταση $r_2 = \lambda$, τότε η συμβολή των δύο κυμάτων στο σημείο αυτό ξεκινά τη χρονική στιγμή:

α. $t = T$ β. $t = 3T$ γ. $t = 2T$ δ. $t = \frac{T}{2}$

Μονάδες 5

φροντιστήρια πουκαμισάς
Ο ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΜΙΛΟΣ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

Α5. Από το στόμιο οριζόντιου σωλήνα που βρίσκεται σε ύψος h πάνω από το έδαφος εκτοξεύεται νερό. Το βεληνεκές της φλέβας του νερού που εκτοξεύεται από το σωλήνα είναι ίσο με x. Αν με το δάχτυλό μας μειώσουμε στο μισό τη διατομή του σωλήνα στο στόμιο του, το βεληνεκές της φλέβας του νερού που εκτοξεύεται από το σωλήνα θα γίνει:

α. x β. $2x$ γ. $3x$ δ. $4x$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Α

Α1. β.
Α2. β.
Α3. γ.
Α4. γ.
Α5. β.

ΘΕΜΑ Β

Β1. Ένα τρένο που κινείται με σταθερή ταχύτητα κατευθύνεται προς τούνελ που βρίσκεται σε κατακόρυφο βράχο. Ο ήχος που εκπέμπεται από τη σειρήνα του τρένου ανακλάται στο βράχο. Ένας παρατηρητής που βρίσκεται πάνω στις γραμμές του τρένου και πίσω από το τρένο ακούει τον ήχο απευθείας από το τρένο με συχνότητα f_1 και τον ήχο που προέρχεται από ανάκλαση στο βράχο με συχνότητα f_2. Για τις συχνότητες f_1 και f_2 ισχύει:

α. $f_1 > f_2$ β. $f_1 < f_2$ γ. $f_1 = f_2$

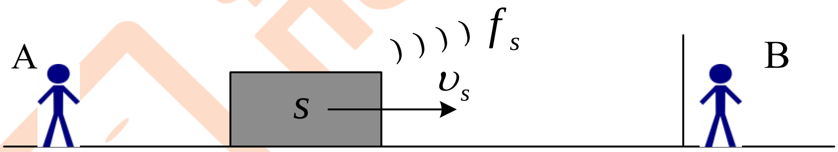
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 1

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 5

Β1. Σωστή απάντηση είναι η β.
Έστω υ_s το μέτρο της ταχύτητας με την οποία κινείται το τρένο και f_s η συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η σειρήνα του.



Αν υ είναι το μέτρο της ταχύτητας του ήχου στον αέρα, τότε η συχνότητα f_1 με την οποία αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής Α τον ήχο που προέρχεται απευθείας από το τρένο υπολογίζεται από τη σχέση: $\boxed{f_1 = \frac{\upsilon}{\upsilon+\upsilon_s} f_s \ (1).}$ →1 Μονάδα

Ο ήχος που εκπέμπει η σειρήνα του τρένου φτάνει στον τοίχο και ανακλάται με συχνότητα f_B, η οποία υπολογίζεται από τη σχέση: $\boxed{f_B = \frac{\upsilon}{\upsilon-\upsilon_s} f_s.}$ →1 Μονάδα

Επειδή ο παρατηρητής και η πηγή του ανακλώμενου ήχου είναι ακίνητοι, η συχνότητα f_2 με την οποία ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται τον ανακλώμενο ήχο είναι:

$\boxed{f_2 = f_B \text{ ή } f_2 = \frac{\upsilon}{\upsilon-\upsilon_s} f_s \ (2).}$ →1 Μονάδα

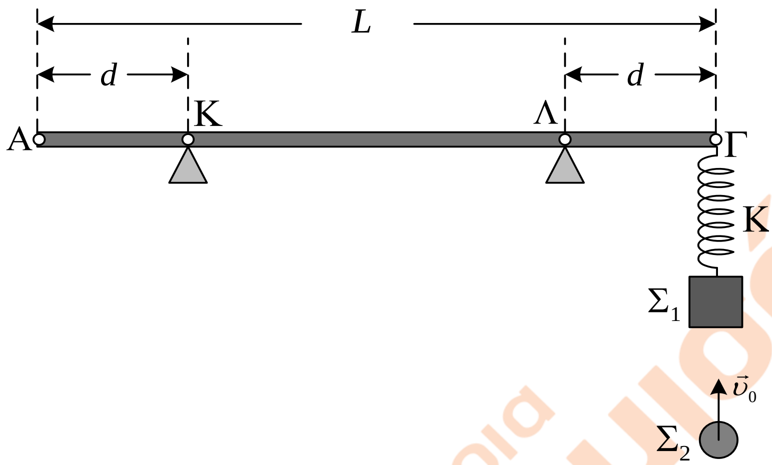
Με διαίρεση κατά μέλη των σχέσεων (1) και (2) έχουμε:

$\boxed{\frac{f_1}{f_2} = \frac{\upsilon-\upsilon_s}{\upsilon+\upsilon_s} < 1 \text{ ή } f_1 < f_2.}$ →2 Μονάδες

Β2. Η ομογενής άκαμπτη ράβδος ΑΓ του παρακάτω σχήματος έχει μάζα $M = 5m$, μήκος L και ισορροπεί οριζόντια στηριζόμενη στα σημεία της Κ και Λ που απέχουν το καθένα απόσταση $d = \frac{L}{4}$ από τα άκρα

φροντιστήρια πουκαμισάς
Ο ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΜΙΛΟΣ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

της. Στο άκρο Γ της ράβδου είναι στερεωμένο το ένα άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, στο άλλο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = m$ το οποίο αρχικά ισορροπεί. Ένα άλλο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = m$ που κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω συγκρούεται με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$ μετωπικά και πλαστικά με το σώμα Σ_1. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, στη διάρκεια της οποίας η ράβδος μόλις που δεν ανατρέπεται. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με g.



Α. Η μέγιστη τιμή του μέτρου της δύναμης που δέχεται η ράβδος από το ελατήριο κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος είναι ίση με:

α. mg β. $2mg$ γ. $5mg$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 1

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 5

Β. Το μέτρο υ_0 της ταχύτητας του σώματος Σ_2 ελάχιστα πριν από την κρούση του με το σώμα Σ_1 είναι ίσο με:

α. $\sqrt{\frac{m}{k}}\, g$ β. $2\sqrt{\frac{m}{k}}\, g$ γ. $4\sqrt{\frac{m}{k}}\, g$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 1

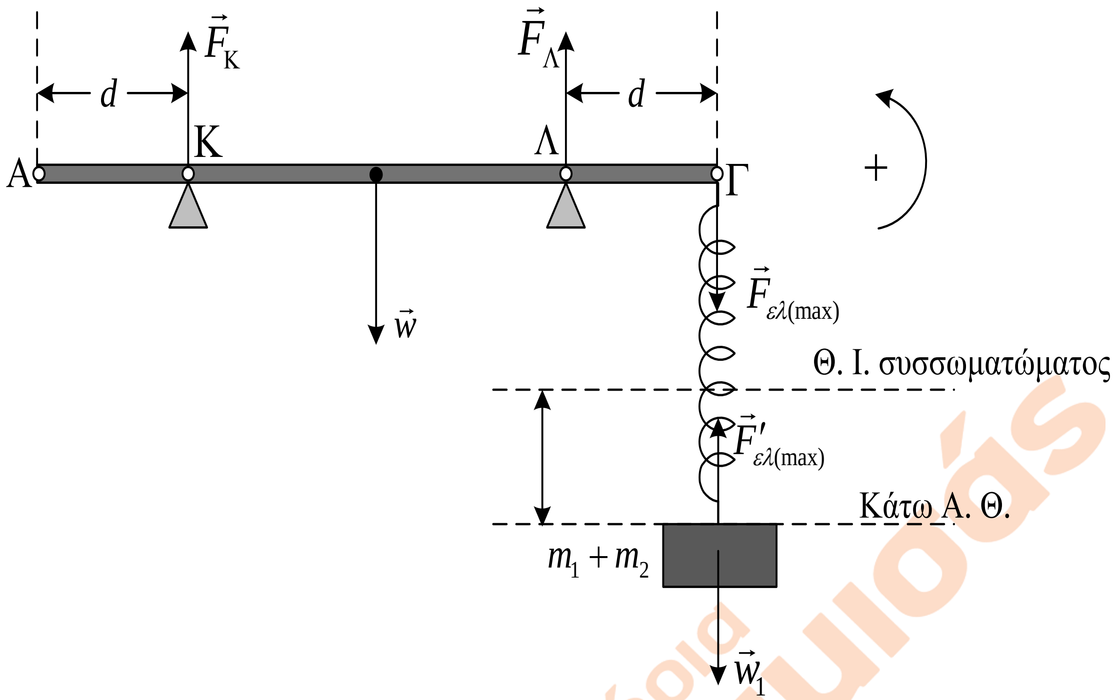
Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 6

Β2.Α. Σωστή απάντηση είναι η γ.

Οι δυνάμεις που δέχεται η ράβδος είναι οι δυνάμεις $\vec{F}_K$ και $\vec{F}_\Lambda$ από τα υποστηρίγματα, το βάρος της $\vec{w}$ και η δύναμη $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$ από το ελατήριο.

φροντιστήρια πουκαμισάς
Ο ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΜΙΛΟΣ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ



1 Μονάδα

Για να μην ανατραπεί η ράβδος, δηλαδή, για να μη χάσει την επαφή της με το υποστήριγμα στο σημείο Κ, πρέπει: $\boxed{F_K \geq 0}$ **σε όλη τη διάρκεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος, άρα και όταν το ελατήριο ασκεί στο άκρο Γ της ράβδου δύναμη με μέγιστο μέτρο. Αυτό συμβαίνει όταν το συσσωμάτωμα βρίσκεται στην κατώτερη θέση της τροχιάς του, οπότε το ελατήριο έχει τη μέγιστη επιμήκυνση του από τη θέση φυσικού του μήκους. Αφού η ράβδος μόλις που δεν ανατρέπεται κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του συσσωματώματος, όταν το συσσωμάτωμα βρίσκεται στη κάτω ακραία θέση της τροχιάς του ισχύει οριακά ότι** $F_K = 0$.
Επειδή η ράβδος ισορροπεί ισχύει:

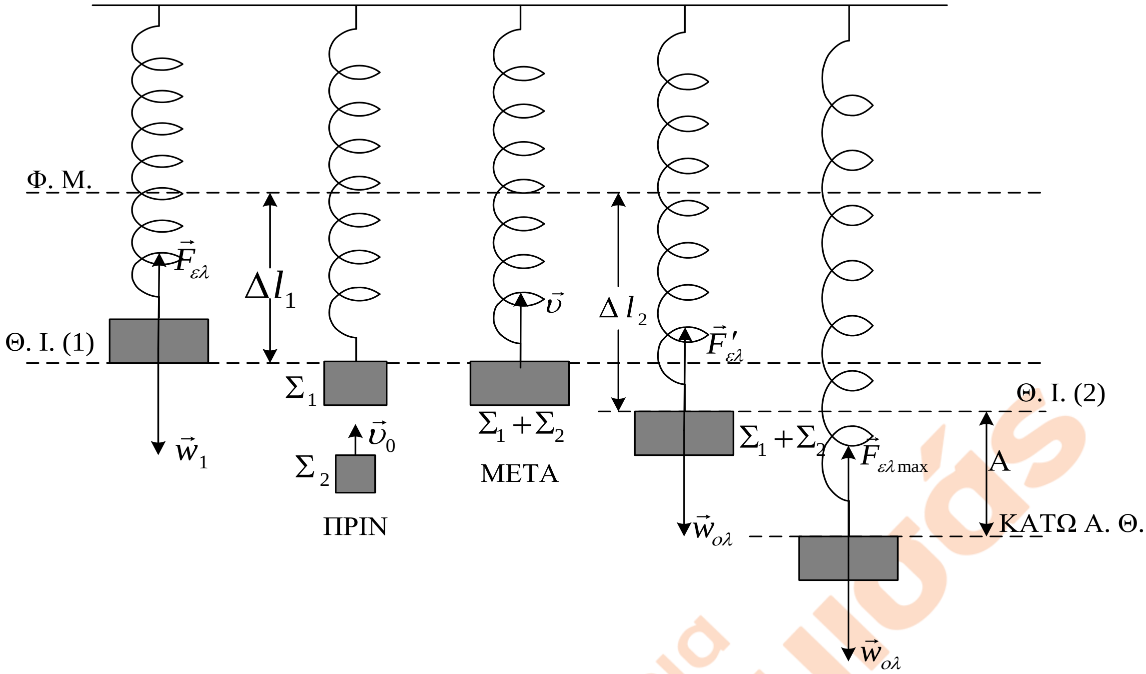
1 Μονάδα **2 Μονάδες**

$\boxed{\Sigma_{T(\Lambda)} = 0 \text{ ή } \tau_{F\Lambda} + \tau_w + \tau_{F\varepsilon\lambda} = 0}$ **ή** $\boxed{0 + w\left(\frac{L}{2} - d\right) - F_{\varepsilon\lambda(max)} d = 0}$ **ή**

$\boxed{w\frac{L}{4} = F_{\varepsilon\lambda(max)}\frac{L}{4} \text{ ή } Mg = F_{\varepsilon\lambda(max)} \text{ ή } F_{\varepsilon\lambda(max)} = 5mg.}$ **→1 Μονάδα**

Β. Σωστή απάντηση είναι η γ.

φροντιστήρια πουκαμισάς
Ο ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΜΙΛΟΣ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ



Έστω Α το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα μετά την κρούση. Το μέτρο που ασκεί το ελατήριο στη ράβδο γίνεται μέγιστο τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες το συσσωμάτωμα βρίσκεται στην κατώτερη θέση της τροχιάς του.

Συνεπώς ισχύει:

$$\boxed{F_{\varepsilon\lambda(max)} = k(\Delta l_2 + A)\ (1)} \longrightarrow \textbf{0,5 Μονάδες}$$

Από τη συνθήκη ισορροπίας για τη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος ((Θ.Ι.(2)) έχουμε:

$$\boxed{\vec{F}_{o\lambda} = \vec{0} \text{ ή } (m_1+m_2)g = k\Delta l_2 \text{ ή } \Delta l_2 = \frac{2mg}{k}\ (2).} \longrightarrow \textbf{0,5 Μονάδες}$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) έχουμε:

$$\boxed{F_{\varepsilon\lambda(max)} = k\Delta l_2 + kA \text{ ή } 5mg = 2mg + kA \text{ ή } A = \frac{3mg}{k}\ (3).} \longrightarrow \textbf{0,5 Μονάδες}$$

Από τη συνθήκη ισορροπίας για τη θέση ισορροπίας του σώματος Σ_1 ((Θ.Ι.(1)) έχουμε:

$$\boxed{\vec{F}_{o\lambda} = \vec{0} \text{ ή } mg = k\Delta l_1 \text{ ή } \Delta l_1 = \frac{mg}{k}\ (4).} \longrightarrow \textbf{0,5 Μονάδες}$$

Η απομάκρυνση x του συσσωματώματος από τη θέση ισορροπίας του αμέσως μετά την κρούση υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\boxed{x = \Delta l_2 - \Delta l_1, \text{ ή λόγω των σχέσεων (2) και (4): } x = \frac{mg}{k}\ (5).} \longrightarrow \textbf{0,5 Μονάδες}$$

Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση του συσσωματώματος έχουμε:

1 Μονάδα

$$\boxed{E = K + U \text{ ή } \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}2m\upsilon^2 + \frac{1}{2}kx^2}, \text{ ή λόγω των σχέσεων (3) και (5):}$$

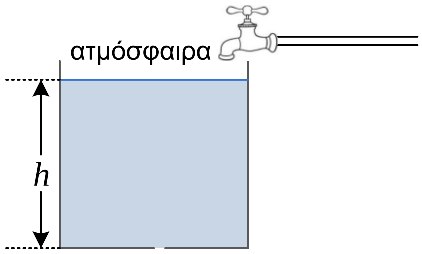
$$\boxed{k\left(\frac{3mg}{k}\right)^2 = 2m\upsilon^2 + k\left(\frac{mg}{k}\right)^2 \text{ ή } \upsilon = 2\sqrt{\frac{m}{k}}\,g\ (6)} \longrightarrow \textbf{1,5 Μονάδα}$$

Από την αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 κατά την κρούση έχουμε:

$$\boxed{\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \text{ ή } m\upsilon_0 = 2m\upsilon \text{ ή } \upsilon_0 = 2\upsilon \text{ ή } \upsilon_0 = 4\sqrt{\frac{m}{k}}\,g} \longrightarrow \textbf{1 Μονάδα}$$

Β3. Στο μεγάλο ανοικτό δοχείο του παρακάτω σχήματος πέφτει συνεχώς νερό από μία βρύση. Στον πυθμένα του δοχείου υπάρχει πολύ μικρή οπή εμβαδού Α από την οποία εκρέει το νερό.

φροντιστήρια πουκαμισάς
Ο ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΜΙΛΟΣ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ



Αν η ελεύθερη επιφάνεια του νερού στο δοχείο έχει σταθεροποιηθεί σε ύψος h πάνω από τον πυθμένα του, τότε η απόσταση h_1 κάτω από την οπή στην οποία το εμβαδόν της φλέβας του νερού έχει μεταβληθεί κατά 50% σε σχέση με το εμβαδόν της οπής είναι:

α. $h_1 = h$ β. $h_1 = 2h$ γ. $h_1 = 3h$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

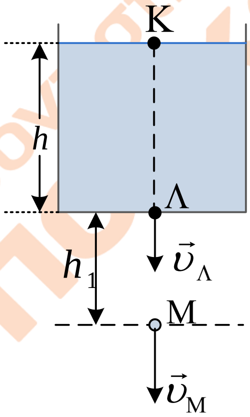
Μονάδες 1

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 5

Β3. Σωστή απάντηση είναι η γ.

Έστω υ_Λ το μέτρο της ταχύτητας με την οποία εκρέει το νερό από την οπή στον πυθμένα του δοχείου.



Εφαρμόζουμε την εξίσωση του Bernoulli μεταξύ ενός σημείου Κ που βρίσκεται στην ελεύθερη επιφάνεια του νερού στο δοχείο και ενός σημείου που βρίσκεται αμέσως έξω από την οπή, θεωρώντας ως στάθμη αναφοράς για τη μέτρηση των υψών τον πυθμένα του δοχείου. Συνεπώς έχουμε:

0,5 Μονάδες **1 Μονάδα**

$\boxed{p_K + \frac{1}{2}\rho\upsilon_K^2 + \rho g h = p_\Lambda + \frac{1}{2}\rho\upsilon_\Lambda^2 + 0}$ ή $\boxed{p_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_K^2 + \rho g h = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_\Lambda^2 \text{ ή } \frac{1}{2}\upsilon_K^2 + g h = \frac{1}{2}\upsilon_\Lambda^2 \ (1)}$

0,5 Μονάδες

Επειδή το εμβαδόν της ελεύθερης επιφάνειας του νερού στο δοχείο είναι πολύ μεγαλύτερο από το εμβαδόν της οπής ισχύει: $\upsilon_K = 0$.
Συνεπώς η σχέση (1) γράφεται $\upsilon_\Lambda = \sqrt{2gh}$ (2).

φροντιστήρια πουκαμισάς
Ο ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΜΙΛΟΣ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

1 Μονάδα

Έστω υ_M το μέτρο της ταχύτητας του νερού σε ένα σημείο Μ που βρίσκεται σε απόσταση h_1 κάτω από την οπή και A' το εμβαδόν της φλέβας του νερού στη θέση αυτή. Επειδή η ταχύτητα ροής του νερού στη θέση Μ είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα ροής του νερού στη θέση Λ το εμβαδόν διατομής της φλέβας του νερού έχει μειωθεί. Συνεπώς ισχύει:

$$A' = A - \frac{50}{100}A \text{ ή } A' = \frac{1}{2}A.$$

Από την εξίσωση της συνέχειας για τα σημεία Λ και Μ προκύπτει:

$$\boxed{A\upsilon_\Lambda = A'\upsilon_M \text{ ή } A\upsilon_\Lambda = \frac{A}{2}\upsilon_M \text{ ή } \upsilon_M = 2\upsilon_\Lambda, \text{ ή } \upsilon_M = 2\sqrt{2gh} \ (2)} \longrightarrow \textbf{1 Μονάδα}$$

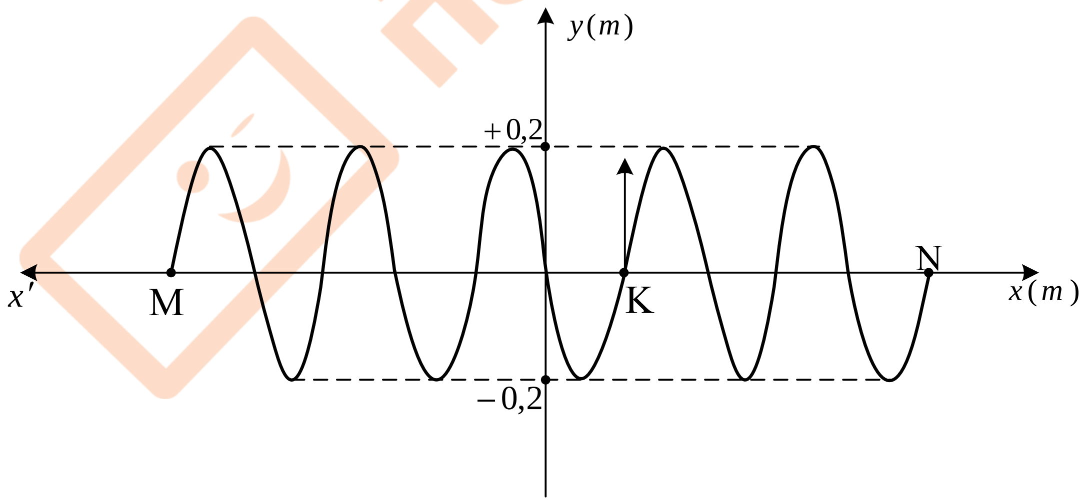
Εφαρμόζοντας την εξίσωση του Bernoulli μεταξύ των σημείων Λ και Μ, θεωρώντας ως στάθμη αναφοράς για τη μέτρηση των υψών το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το σημείο Μ, έχουμε:

1 Μονάδα

$$p_\Lambda + \frac{1}{2}\rho\upsilon_\Lambda^2 + \rho g h_1 = p_M + \frac{1}{2}\rho\upsilon_M^2 + 0 \text{ ή } p_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_\Lambda^2 + \rho g h_1 = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_M^2 \text{ ή}$$
$$\upsilon_\Lambda^2 + 2gh_1 = \upsilon_M^2, \text{ ή λόγω των σχέσεων (1) και (2): } 2gh + 2gh_1 = 8gh \text{ ή } h_1 = 3h.$$

ΘΕΜΑ Γ

Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκους γραμμικού ελαστικού μέσου που ταυτίζεται με τον άξονα $x'Ox$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το υλικό σημείο που βρίσκεται στην αρχή $O(x = 0)$ του άξονα αρχίζει να ταλαντώνεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα (προς τα πάνω). Στο διάγραμμα του παρακάτω σχήματος παριστάνεται ένα τμήμα του στιγμιότυπου του κύματος τη χρονική στιγμή t_1. Το υλικό σημείο Κ που φαίνεται στο στιγμιότυπο κινείται τη χρονική στιγμή t_1 προς τα επάνω και τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + 0{,}15s$ ακινητοποιείται στιγμιαία για δεύτερη φορά μετά τη χρονική στιγμή t_1. Τη χρονική στιγμή t_1 αρχίζει να ταλαντώνεται ένα από τα σημεία $M(x_M = -5m)$ και $N(x_N = +5m)$, που φαίνονται στο παρακάτω στιγμιότυπο.



Γ1. Να εξετάσετε αν το κύμα διαδίδεται προς τη θετική ή την αρνητική κατεύθυνση του άξονα $x'x$ και να υπολογίσετε την ταχύτητα διάδοσης του.

Μονάδες 4

Γ2. Να γράψετε την εξίσωση του στιγμιότυπου του κύματος τη χρονική στιγμή t_1.

Μονάδες 5

φροντιστήρια πουκαμισάς
Ο ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΜΙΛΟΣ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

Γ3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης του υλικού σημείου K τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες κινείται προς τα επάνω και η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του είναι ίση με το 75% της ολικής του ενέργειας.

Μονάδες 6

Γ4. Να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της φάσης ταλάντωσης των υλικών σημείων του ελαστικού μέσου σε συνάρτηση με τη θέση τους στον άξονα $x'Ox$ τη χρονική στιγμή t_1, από τη θέση x_M έως τη θέση x_N.

Μονάδες 5

Με κατάλληλη διεργασία δημιουργούμε στο ίδιο ελαστικό μέσο στάσιμο κύμα, έτσι ώστε στα υλικά σημεία M και N να εμφανίζονται δεσμοί του στάσιμου κύματος. Η συχνότητα f με την οποία ταλαντώνονται τα υλικά σημεία της χορδής τα οποία δεν είναι δεσμοί είναι: $2{,}75Hz < f < 3{,}25Hz$.

Γ5. Να υπολογίσετε τη συχνότητα του στάσιμου κύματος καθώς και τον αριθμό των κοιλιών που εμφανίζονται ανάμεσα στα σημεία M και N.

Μονάδες 5

Γ1. **1 Μονάδα**

Τη χρονική στιγμή t_1 το σημείο Κ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τα πάνω. Συνεπώς τη χρονική στιγμή $t' = t_1 + \frac{T}{4}$, όπου T η περίοδος του κύματος, το σημείο Κ θα βρίσκεται στη μέγιστη θετική του απομάκρυνση, δηλαδή θα βρίσκεται σε όρος του κύματος. Για να συμβαίνει αυτό θα πρέπει το κύμα να διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση του άξονα $x'Ox$, δηλαδή προς τα αριστερά.

Επειδή το σημείο Κ ακινητοποιείται στιγμιαία για δεύτερη φορά τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + 0,15s$, ισχύει ότι:

$\boxed{3\frac{T}{4} = 0,15s \text{ ή } T = 0,2s \text{ ή } \frac{1}{f} = 0,2s \text{ ή } f = 5Hz.}$ **⟶ 1 Μονάδα**

Από το στιγμιότυπο του κύματος προκύπτει ότι:

$\boxed{x_N = 2,5\lambda \text{ ή } \lambda = \frac{x_N}{2,5} \text{ ή } \lambda = 2m.}$ **⟶ 1 Μονάδα**

Συνεπώς η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι: $\boxed{\upsilon = \lambda f \text{ ή } \upsilon = 10\frac{m}{s}.}$ **⟶ 1 Μονάδα**

Γ2. Αφού το κύμα διαδίδεται προς τα αριστερά, τη χρονική στιγμή t_1 αρχίζει να ταλαντώνεται το σημείο Μ. Συνεπώς ισχύει:

$\boxed{t_1 = \frac{|x_M|}{\upsilon} \text{ ή } t_1 = 0,5s.}$ **⟶ 2 Μονάδες**

Η εξίσωση του στιγμιότυπου του κύματος δίνεται από τη σχέση:

$\boxed{y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t_1}{T} \boxed{+} \frac{x}{\lambda}\right) \text{ ή } y = 0,2\eta\mu 2\pi(2,5 + 0,5x) \text{ (S.I.)}}$ **⟶ 2 Μονάδες**

1 Μονάδα

Γ3. Έστω υ_K το μέτρο της ταχύτητας του σημείου Κ τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του είναι ίση με το 75% της ολικής του ενέργειας. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας για την ταλάντωση του σημείου Κ έχουμε:

φροντιστήρια πουκαμισάς
Ο ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΜΙΛΟΣ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

1 Μονάδα **2 Μονάδες** **1 Μονάδα** **1 Μονάδα**

$\boxed{E = K + U}$ **ή** $\boxed{E = K + \frac{75}{100}E}$ **ή** $\frac{25}{100}E = K$ **ή** $\boxed{\frac{1}{4}\frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}m\upsilon_K^2}$ **ή** $\boxed{\frac{1}{4}m\omega^2 A^2 = m\upsilon_K^2}$ **ή** $\upsilon_K = +\frac{\omega A}{2}$ **ή**

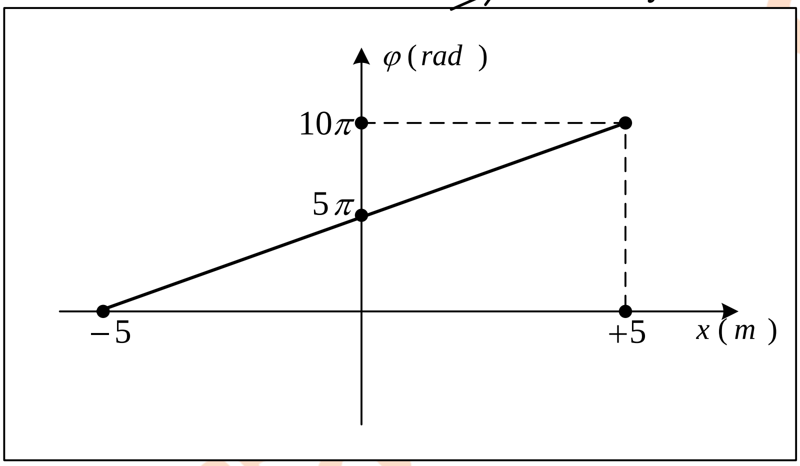
$\boxed{\upsilon_K = \frac{+2\pi f A}{2} \text{ ή } \upsilon_K = +\pi \frac{m}{s}.}$ ⟶ **1 Μονάδα**

Γ4. Η φάση φ της ταλάντωσης των υλικών σημείων του ελαστικού μέσου σε συνάρτηση με τη θέση τους x στον άξονα $x'Ox$ τη χρονική στιγμή t_1 δίνεται από τη σχέση:

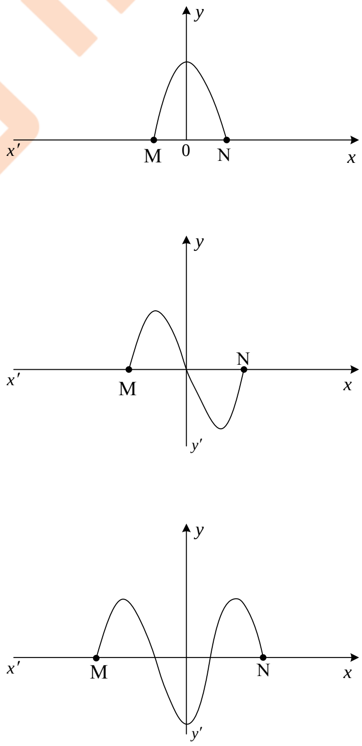
$\boxed{\varphi = 2\pi\left(\frac{t_1}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) \text{ ή } \varphi = 2\pi(2,5 + 0,5x)(S.I.)}$ ⟶ **1 Μονάδα**

Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της φάσης των σημείων σε συνάρτηση με την θέση τους στον άξονα $x'Ox$.

4 Μονάδες



Γ5. Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται διάφορα στιγμιότυπα του στάσιμου κύματος μεταξύ των σημείων Μ και Ν που είναι δεσμοί.



φροντιστήρια πουκαμισάς
Ο ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΜΙΛΟΣ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

Όπως φαίνεται από τα στιγμιότυπα αυτά για να δημιουργηθεί στάσιμο κύμα μεταξύ των σημείων Μ και Ν με τα σημεία Μ και Ν να είναι δεσμοί, θα πρέπει να ισχύει:

$\boxed{\Delta x_{MN} = \kappa\frac{\lambda}{2} \text{ ή } |x_M - x_N| = \kappa\frac{\lambda}{2} \text{ (1) με } \kappa = 1, 2, 3, \dots}$ **⟶ 1 Μονάδα**

Έστω f η συχνότητα του στάσιμου κύματος .

Από τη σχέση (1) προκύπτει:

$\boxed{|x_M - x_N| = \frac{\kappa\upsilon}{2f} \text{ ή } f = \frac{\kappa\upsilon}{2|x_M - x_N|} \text{ (2).}}$ **⟶ 1 Μονάδα**

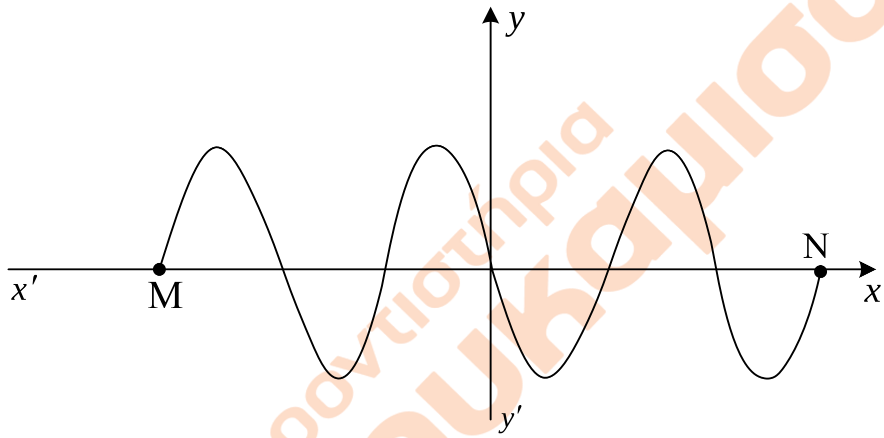
Συνεπώς ισχύει:

$2,75Hz < f < 3,25Hz$, ή λόγω της σχέσης (2) : $2,75Hz < \frac{\kappa\upsilon}{2|x_M - x_N|} < 3,25Hz$ ή

$\boxed{2,75Hz < \frac{\kappa 10\frac{m}{s}}{2\cdot 10m} < 3,25Hz \text{ ή } 2,75 < \frac{\kappa}{2} < 3,25 \text{ ή } 5,5 < \kappa < 6,5 \text{ ή } \kappa = 6.}$ **⟶ 2 Μονάδες**

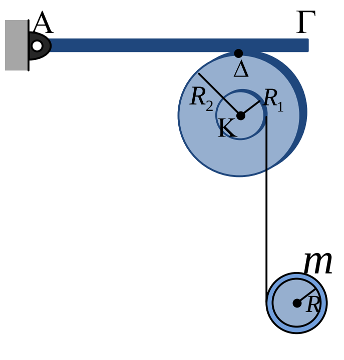
1 Μονάδα

όπως φαίνεται από το παρακάτω σχήμα, ο αριθμός των κοιλιών είναι ίσο με 6.



ΘΕΜΑ Δ

Μία ομογενής και ισοπαχής ράβδος $ΑΓ$ μήκους $L = 4m$ και μάζας $M = 1,2kg$ που ισορροπεί οριζόντια μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α και είναι κάθετος σε αυτή. Η ράβδος εφάπτεται στο σημείο Δ με διπλή τροχαλία που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους 1 και 2 με ακτίνες $R_1 = 1m$ και $R_2 = 2m$ και μάζες $M_1 = 1,2kg$ και $M_2 = 0,6kg$ αντίστοιχα. Η απόσταση $ΑΔ$ είναι: $(ΑΔ) = 3m$. Η διπλή τροχαλία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα $K'K$ που συμπίπτει με τον άξονα συμμετρίας των δύο κυλίνδρων. Γύρω από τον κύλινδρο 1 έχουμε τυλίξει πολλές φορές λεπτό, αβαρές και μη εκτατό νήμα, το οποίο καταλήγει στο αυλάκι δίσκου μάζας $m = 1,8kg$ και ακτίνας $R = 1m$, έχοντας τυλιχτεί πολλές φορές γύρω από αυτό. Αρχικά το σύστημα της διπλής τροχαλίας και του δίσκου διατηρείται ακίνητο με το νήμα τεντωμένο.



φροντιστήρια πουκαμισάς
Ο ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΜΙΛΟΣ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

ΠΕΙΡΑΜΑ 1$^{\text{Ο}}$: Τη χρονική στιγμή $t = 0$ αφήνουμε το δίσκο ελεύθερο να κινηθεί προς τα κάτω, οπότε το νήμα ξετυλίγεται και ο δίσκος περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο νοητό άξονα $x'x$ που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδο του, ενώ η διπλή τροχαλία εξακολουθεί να μην περιστρέφεται εξαιτίας της στατικής τριβής που εμφανίζεται ανάμεσα σε αυτήν και την ράβδο.

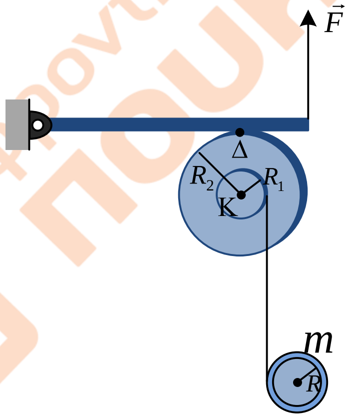
Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του $x'x$ τη χρονική στιγμή κατά την οποία το κέντρο μάζας του έχει μετατοπιστεί από την αρχική του θέση κατακόρυφα προς τα κάτω κατά $h = 0{,}3m$.

Μονάδες 5

Δ2. Να υπολογίσετε το μέτρο της στατικής τριβής που αναπτύσσεται ανάμεσα στη διπλή τροχαλία και τη ράβδο καθώς και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από τον άξονα περιστροφής της.

Μονάδες 5

ΠΕΙΡΑΜΑ 2$^{\text{Ο}}$: Τη χρονική στιγμή $t = 0$ αφήνουμε το δίσκο ελεύθερο να κινηθεί προς τα κάτω και ταυτόχρονα ασκούμε στο άκρο Γ της ράβδου μια δύναμη $\vec{F}$ σταθερού μέτρου $F = \frac{104}{\pi} N$, που είναι συνεχώς κάθετη στη ράβδο, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Με τη δράση της δύναμης $\vec{F}$ η ράβδος αρχίζει να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από τον άξονα της και ταυτόχρονα η διπλή τροχαλία αρχίζει να περιστρέφεται γύρω από τον άξονα συμμετρίας $K'K$ των δύο κυλίνδρων. Τη χρονική στιγμή κατά την οποία η ράβδος έχει περιστραφεί κατά γωνία $\theta = \frac{\pi}{4} rad$ από την αρχική οριζόντια θέση της η δύναμη $\vec{F}$ καταργείται ακαριαία.



Δ3. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του συστήματος της διπλής τροχαλίας και του δίσκου τη χρονική στιγμή $t = 2s$.

Μονάδες 8

Δ4. Τη χρονική στιγμή κατά την οποία η ράβδος γίνεται για πρώτη φορά κατακόρυφη, να υπολογίσετε το μέτρο της γωνιακής της ταχύτητας καθώς και το μέτρο της δύναμης που δέχεται από τον άξονα περιστροφής της.

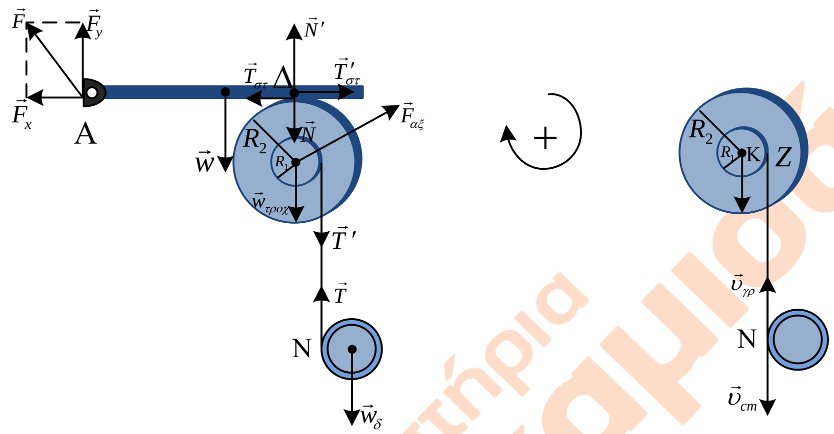
Μονάδες 7

Να θεωρήσετε ότι το νήμα σε όλη τη διάρκεια των κινήσεων του δίσκου και της διπλής τροχαλίας παραμένει κατακόρυφο και τεντωμένο και ότι δεν ολισθαίνει στις περιφέρειες τους. Η ροπή αδράνειας

φροντιστήρια πουκαμισάς
Ο ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΜΙΛΟΣ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του δίνεται από τη σχέση: $I_\delta = \frac{1}{2}mR^2$. Η ροπή αδράνειας των κυλίνδρων 1 και 2 ως προς τον κοινό άξονα περιστροφής τους δίνονται από τις σχέσεις: $I_1 = \frac{1}{2}M_1R_1^2$ και $I_2 = \frac{1}{2}M_2R_2^2$ αντίστοιχα. Η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της και είναι κάθετος σε αυτή δίνεται από τη σχέση: $I_\rho = \frac{1}{12}ML^2$.
Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\frac{m}{s^2}$.

Δ1.



Οι δυνάμεις που δέχεται ο δίσκος είναι το βάρος του $\vec{w}_\delta$ και η τάση $\vec{T}$ του νήματος.
Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τη μεταφορική κίνηση του δίσκου έχουμε:
$\boxed{\Sigma F = m\alpha_{cm} \;\; ή \;\; w_\delta - T = m\alpha_{cm} \;\; ή \;\; mg - T = m\alpha_{cm} \;\; (1).}$ **⟶ 1 Μονάδα**
Από το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης για το δίσκο έχουμε:
$\boxed{\Sigma_\tau = I\alpha_{\gamma\omega\nu} \;\; ή \;\; TR = \frac{1}{2}mR^2\alpha_{\gamma\omega\nu} \;\; ή \;\; T = \frac{1}{2}mR\alpha_{\gamma\omega\nu} \;\; (2).}$ **⟶ 1 Μονάδα**
Επειδή η τροχαλία είναι ακίνητη η ταχύτητα του σημείου Ζ είναι $\upsilon_Z = 0$.
Επειδή το νήμα είναι μη εκτατό και δεν ολισθαίνει στο αυλάκι του δίσκου και στην περιφέρεια του κυλίνδρου 1, ισχύει ότι:
$\boxed{\upsilon_Z = \upsilon_N \;\; ή \;\; 0 = \upsilon_{cm} - \upsilon_{\gamma\rho} \;\; ή \;\; \upsilon_{cm} = \omega R \;\; ή \;\; \frac{d\upsilon_{cm}}{dt} = \frac{d\omega}{dt}R \;\; ή \;\; \alpha_{cm} = \alpha_{\gamma\omega\nu}R \;\; (3),}$ **⟶ 0,5 Μονάδες**
όπου α_{cm} το μέτρο της επιτάχυνσης του κέντρου μάζας του δίσκου και $\alpha_{\gamma\omega\nu}$ το μέτρο της γωνιακής του επιτάχυνσης. Συνεπώς η σχέση (2), λόγω της σχέσης (3) γράφεται:
$T = \frac{1}{2}m\alpha_{cm}$ **(4).**

0,5 Μοναδες
$\boxed{\text{Από τις σχέσεις (1) και (4) προκύπτει: } mg - \frac{1}{2}m\alpha_{cm} = m\alpha_{cm} \;\; ή \;\; \alpha_{cm} = \frac{2g}{3} \;\; ή \;\; \alpha_{cm} = \frac{20}{3}\frac{m}{s^2}.}$
Έστω t η χρονική στιγμή κατά την οποία το κέντρο μάζας του δίσκου έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα προς τα κάτω κατά h.
Ισχύει ότι: $\boxed{h = \frac{1}{2}\alpha_{cm}t^2 \;\; ή \;\; t = \sqrt{\frac{2h}{\alpha_{cm}}} \;\; ή \;\; t = 0,3s.}$ **⟶ 0,5 Μονάδες**
Τη χρονική στιγμή t η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου δίνεται από τη σχέση:

$\boxed{\omega = \alpha_{\gamma\omega\nu}t}$ **⟶ 0,5 Μονάδες ή** $\omega = 2rad/s.$
Συνεπώς το μέτρο της στροφορμής του δίσκου τη χρονική στιγμή t είναι:
$\boxed{L = I\,\omega \;\; ή \;\; L = \frac{1}{2}mR^2\omega \;\; ή \;\; L = 1,8Kg\frac{m^2}{s}.}$ **⟶ 1 Μονάδα**

φροντιστήρια πουκαμισάς
Ο ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΜΙΛΟΣ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

Δ2. Οι δυνάμεις που δέχεται η διπλή τροχαλία είναι: Το βάρος της $\vec{w}_{τροχ}$, η δύναμη από τον άξονα της $\vec{F}_{αξον.}$, η τάση του νήματος $\vec{T}'$, η στατική τριβή $\vec{T}_{στ}$ και η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ από τη ράβδο.
Από τη σχέση (4) προκύπτει ότι: $T = 6N$.
Επειδή η τροχαλία δεν περιστρέφεται ισχύει:

$\boxed{\Sigma\tau_{(K)} = 0 \text{ ή } T_{στ}R_2 - T'R_1 = 0 \text{ ή } T_{στ} = \frac{T'}{2} \text{ ή } T_{στ} = \frac{T}{2} \text{ ή } T_{στ} = 3N.}$ ⟶ **1 Μονάδα**

Οι δυνάμεις που δέχεται η ράβδος είναι το βάρος της $\vec{w}$ η κάθετη δύναμη $\vec{N}'$ και η στατική τριβή $\vec{T}'_{στ}$ από τη τροχαλία από τη τροχαλία και η δύναμη $\vec{F}$ από τον άξονα περιστροφής της. Ισχύει ότι: $N' = N$ και $T'_{στ} = T_{στ}$.
Επειδή η ράβδος ισορροπεί ισχύει:

$\boxed{\Sigma\tau_{(A)} = 0 \text{ ή } -w\frac{L}{2} + N'(AΔ) = 0 \text{ ή } N' = \frac{wL}{2(AΔ)} \text{ ή } N' = 8N.}$ ⟶ **1 Μονάδα**

Από την ισορροπία της ράβδου προκύπτει ακόμα ότι:

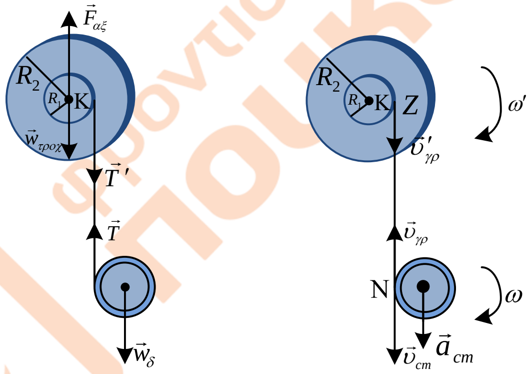
$\boxed{\Sigma F_x = 0 \text{ ή } F_x - T_{στ} = 0 \text{ ή } F_x = T_{στ} = 3N \text{ και:}}$ ⟶ **1 Μονάδα**

$\boxed{\Sigma F_y = 0 \text{ ή } F_y + N - w = 0 \text{ ή } F_y = w - N \text{ ή } F_y = 4N.}$ ⟶ **1 Μονάδα**

Το μέτρο F της δύναμης που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση υπολογίζεται από τη σχέση:

$\boxed{F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \text{ ή } F = 5N.}$ ⟶ **1 Μονάδα**

Δ3.



Έστω $α_{cm}$ το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κατέρχεται το κέντρο μάζας του δίσκου. Έστω ότι ο δίσκος περιστρέφεται με γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $α_{γων}$ ενώ η τροχαλία με γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $α'_{γων}$. Επειδή το νήμα δεν ολισθαίνει στις περιφέρειες του δίσκου και του κυλίνδρου 1 ισχύει:

1 Μονάδα

$\boxed{υ_Z = υ_N \text{ ή } υ'_{γρ} = υ_{cm} - υ_{γρ} \text{ ή } ω'R_1 = υ_{cm} - ωR, \text{ ή παραγωγίζοντας: } \frac{dω'}{dt}R_1 = \frac{dυ_{cm}}{dt} - \frac{dω}{dt}R \text{ ή } α'_{γων}R_1 = α_{cm} - α_{γων}R \text{ ή } α_{cm} = α_{γων}R + α'_{γων}R_1 \text{ (5).}}$

Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τη μεταφορική κίνηση του δίσκου έχουμε:

$\boxed{\Sigma F = mα_{cm} \text{ ή } w_δ - T = mα_{cm} \text{ ή } mg - T = mα_{cm} \text{ (6).}}$ ⟶ **1 Μονάδα**

Από το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης για το δίσκο έχουμε:

$\boxed{\Sigma_τ = Iα_{γων} \text{ ή } TR = \frac{1}{2}mR^2α_{γων} \text{ ή } T = \frac{1}{2}mRα_{γων} \text{ (7).}}$ ⟶ **1 Μονάδα**

Από το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης για τη τροχαλία έχουμε:

φροντιστήρια πουκαμισάς
Ο ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΜΙΛΟΣ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

1 Μονάδα

$\Sigma_\tau = I_{\tau\rho o\chi}\alpha'_{\gamma\omega\nu}$ ή $T'R_1 = \left(\frac{1}{2}M_1R_1^2 + \frac{1}{2}M_2^2R_2^2\right)\alpha'_{\gamma\omega\nu}$ ή $T' = \frac{\frac{1}{2}M_1R_1^2+\frac{1}{2}M_1R_2^2}{R_1}\alpha'_{\gamma\omega\nu}$ (8).

Επειδή είναι $T' = T$, από τις σχέσεις (7) και (8) προκύπτει:

$\frac{1}{2}mR\alpha_{\gamma\omega\nu} = \frac{\left(\frac{1}{2}M_1R_1^2+\frac{1}{2}M_2^2R_2^2\right)\alpha'_{\gamma\omega\nu}}{R_1}$, ή $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 2\alpha'_{\gamma\omega\nu}$ (9).

Συνεπώς η σχέση (5) γράφεται λόγω της σχέσης (9):

$\alpha_{cm} = 2\alpha'_{\gamma\omega\nu}R + \alpha'_{\gamma\omega\nu}R_1$, ή επειδή είναι $R_1 = R$: $\alpha_{cm} = 3\alpha'_{\gamma\omega\nu}R$ (10). ⟶ **0,5 Μονάδες**

1 Μονάδα

Με πρόσθεση κατά μέλη των σχέσεων (6) και (7) έχουμε:

$mg - \frac{1}{2}mR\alpha_{\gamma\omega\nu} = m\alpha_{cm}$ ή

$g - \frac{1}{2}R\alpha_{\gamma\omega\nu} = \alpha_{cm}$, ή λόγω των σχέσεων (9) και (10):

$g - \frac{1}{2}R2\alpha'_{\gamma\omega\nu} = 3\alpha'_{\gamma\omega\nu}R$ ή $g = 4\alpha'_{\gamma\omega\nu}R$ ή $\alpha'_{\gamma\omega\nu} = \frac{g}{4R}$ ή $\alpha'_{\gamma\omega\nu} = 2,5rad/s^2$.

Συνεπώς από τη σχέση (9) προκύπτει ότι $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 5rad/s^2$ και από τη σχέση (10) προκύπτει ότι: $\alpha_{cm} = 7,5m/s^2$.

Το μέτρο υ_{cm} της ταχύτητας του κέντρου μάζας του δίσκου τη χρονική στιγμή $t_1 = 2s$ είναι:

$\upsilon_{cm} = \alpha_{cm}t_1$ ή $\upsilon_{cm} = 15\frac{m}{s}$. ⟶ **0,5 Μονάδες**

Το μέτρο ω της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου τη χρονική στιγμή t_1 υπολογίζεται από τη σχέση:

$\omega = \alpha_{\gamma\omega\nu}t_1$ ή $\omega = 10rad/s$. ⟶ **0,5 Μονάδες**

Το μέτρο ω' της γωνιακής ταχύτητας της τροχαλίας τη χρονική στιγμή t_1 είναι:

$\omega' = \alpha'_{\gamma\omega\nu}t_1$ ή $\omega' = 5rad/s$. ⟶ **0,5 Μονάδες**

Η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος υπολογίζεται από τη σχέση:

1 Μονάδα

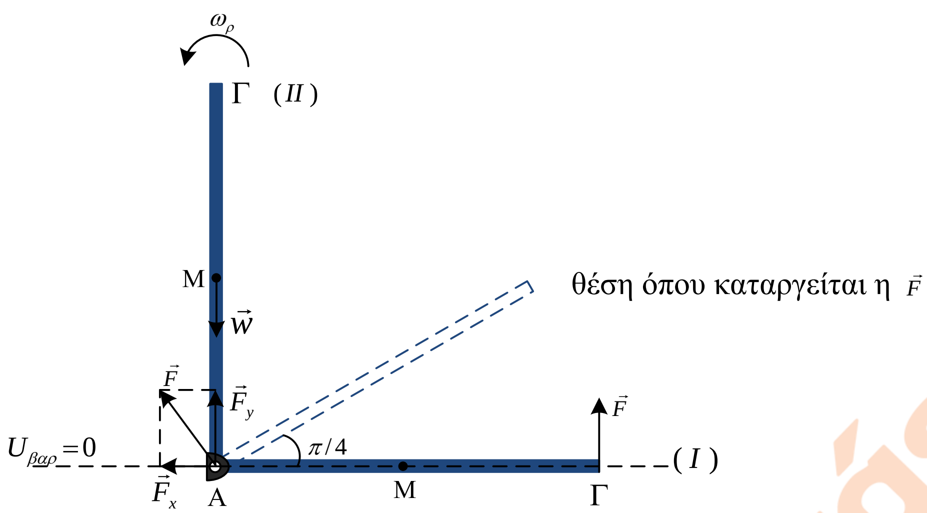
$K_{o\lambda} = \frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_{\delta\acute{\iota}\sigma\kappa o\upsilon}\omega^2 + \frac{1}{2}I_{\tau\rho o\chi.}\omega'^2$ ή

$K_{o\lambda} = \frac{1}{2}m\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}mR^2\omega^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}M_1R_1^2 + \frac{1}{2}M_2R_2^2\right)\omega'^2$ ή $K_{o\lambda} = 270J$.

Δ4. Η ροπή αδράνειας I της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της υπολογίζεται από τη σχέση: $I = I_{cm(\rho)} + M\left(\frac{L}{2}\right)^2$ ή $I = \frac{1}{12}ML^2 + M\frac{L^2}{4}$ ή $I = \frac{1}{3}ML^2$ ή $I = 6,4kgm^2$ ⟶ **1 Μονάδα**

Έστω ω_ρ το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου τη χρονική στιγμή κατά την οποία γίνεται για πρώτη φορά κατακόρυφη.

φροντιστήρια πουκαμισάς
Ο ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΜΙΛΟΣ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ



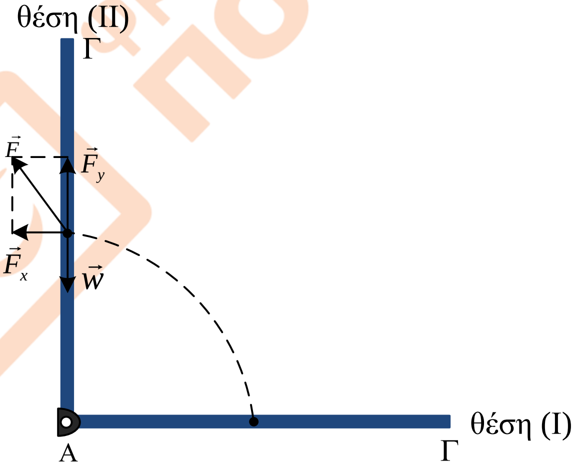
Εφαρμόζοντας το θεώρημα έργου – ενέργειας για τις θέσεις (I) και (II), που φαίνονται στο σχήμα, έχουμε:

1 Μονάδα **1 Μονάδα**

$\boxed{K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F + W_w}$ **ή** $\boxed{\frac{1}{2}I\omega_\rho^2 = FL\theta - Mg\frac{L}{2} \text{ ή } \omega_\rho = \sqrt{\frac{2F\theta - MgL}{I}} \text{ ή } \omega_\rho = 5\,rad/s.}$

Το κέντρο μάζας ενός σώματος κινείται όπως ένα υλικό σημείο με μάζα ίση με τη μάζα του σώματος, αν σε αυτό ασκούνται όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα.

Οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο στη θέση (II) είναι το βάρος της $\vec{w}$ και η δύναμη $\vec{F}$ από τον άξονα περιστροφής της που αναλύεται στις συνιστώσες της $\vec{F}_x$ και $\vec{F}_y$. Μεταφέρουμε όλες τις δυνάμεις στο κέντρο μάζας της ράβδου όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα



Έστω υ_{cm} το μέτρο της ταχύτητας και α_{cm} το μέτρο της επιτάχυνσης που έχει το κέντρο μάζας της ράβδου στη θέση (II). Ισχύει:

0,5 Μονάδες

$\boxed{\upsilon_{cm} = \omega\frac{L}{2}\ (11)}$ **και** $\boxed{\alpha_{cm} = \alpha_{\alpha\gamma\omega\nu}\frac{L}{2} \text{ ή } \alpha_{cm} = 0\ (12).}$ **⟶ 0,5 Μονάδες**

Από το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής για τον οριζόντιο άξονα στη θέση (II) έχουμε:

$\boxed{\Sigma Fx = M\alpha_{cm} \text{ ή } F_x = M\alpha_{cm} \text{ ή λόγω της σχέσης (12) :} Fx = 0\ (13).}$ **⟶ 1 Μονάδα**

φροντιστήρια πουκαμισάς
Ο ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΜΙΛΟΣ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

Επειδή το κέντρο μάζας της ράβδου εκτελεί κυκλική τροχιά ακτίνας $\frac{L}{2}$ γράφουμε τη συνθήκη της κεντρομόλου, θεωρώντας ως θετική φορά από το κέντρο μάζας της ράβδου προς το σημείο Α από το οποίο διέρχεται ο άξονας περιστροφής της. Συνεπώς ισχύει:

2 Μονάδες

$\Sigma F_y = F_\kappa$ **ή** $w - F_y = \frac{M v_{cm}^2}{\frac{L}{2}}$**, ή λόγω της σχέσης (11):**

$Fy = Mg - M\omega^2 \frac{L}{2}$ **ή** $F_y = -48N$ **(14).**

Από τις σχέσεις (13) και (14) προκύπτει ότι το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από τον άξονα περιστροφής της στη θέση (ΙΙ) είναι: $F = 48N$.

φροντιστήρια πουκαμισάς
Ο ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΜΙΛΟΣ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ